

«Проблемы современной астрофизики  
и геофизики»  
МФТИ

# КОСМОЛОГИЯ

## Лекция 2

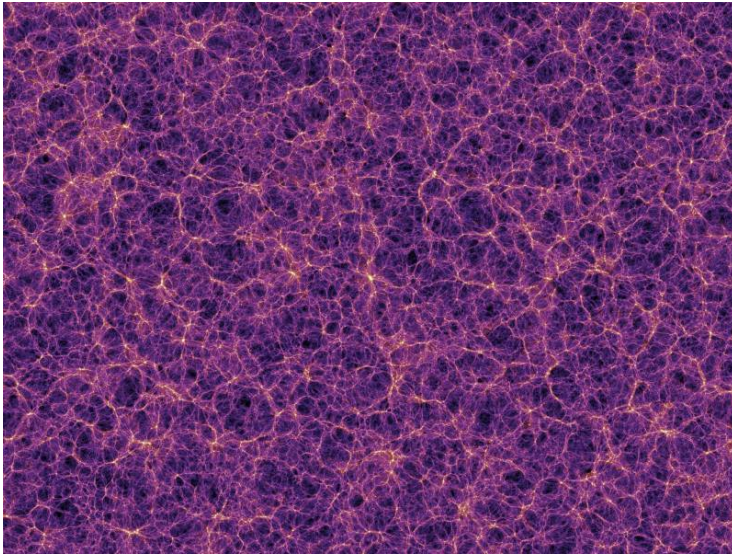
*Сергей Пилипенко*

АКЦ ФИАН

## Лекция 2: Крупномасштабная структура

1. Введение
2. Теория Джинса
3. Инфляция. Возникновение возмущений
4. Передаточная функция
5. Барионные осцилляции
6. Анизотропия РИ
7. Распределение галактик

# Ячеистая структура



Космология

Введение

Теория  
Джинса

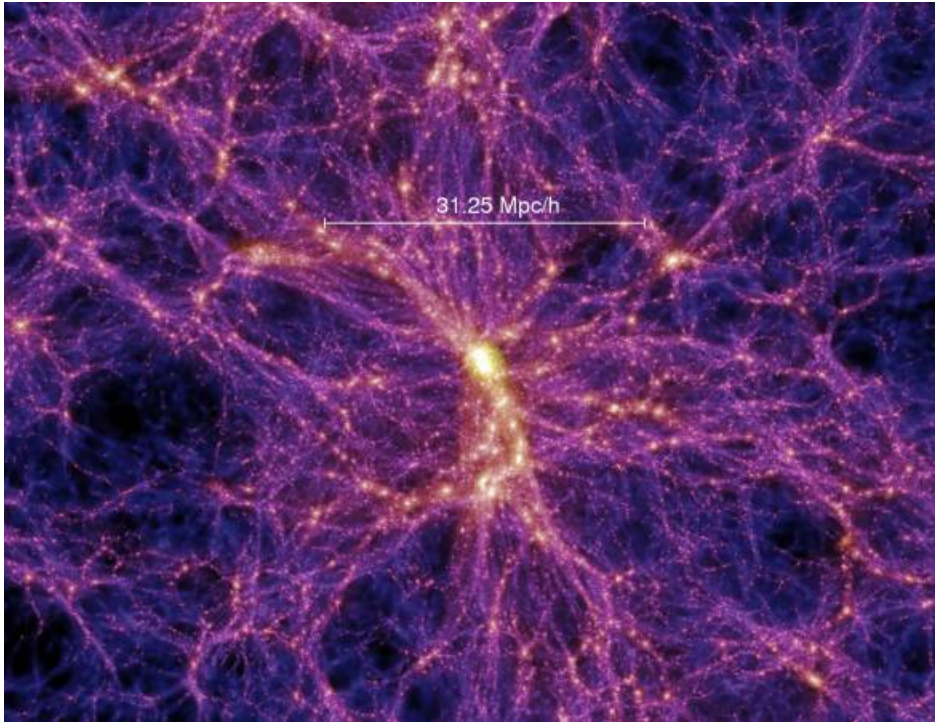
Инфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущений

Передаточная  
функция

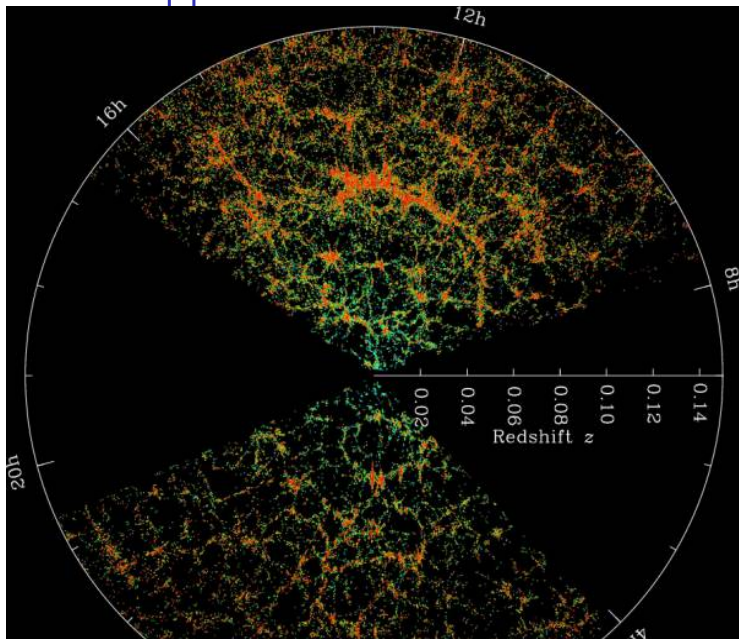
Барионные  
осцилляции

Анизотропия  
РИ

Распреде-  
ление  
галактик



# Наблюдения



Космология

Введение

Теория  
Джинса

Инфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущений

Передаточная  
функция

Барионные  
осцилляции

Анизотропия  
РИ

Распреде-  
ление  
галактик

# Теория Джинса

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = 0, \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \operatorname{grad}) \mathbf{v} + \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} P + \operatorname{grad} \phi = 0, \\ \operatorname{div} \operatorname{grad} \phi = 4\pi G \rho, \\ \frac{\partial S}{\partial t} + (\mathbf{v} \operatorname{grad}) S = 0, \end{array} \right.$$

$\rho$  – плотность,  $\mathbf{v}$  – скорость,  $S$  – удельная энтропия,  $\phi$  грав. потенциал,  $P$  – давление. Идеальный газ.

Введение

Теория Джинса

Инфляция, возникновение возмущений

Передаточная функция

Барионные осцилляции

Анизотропия РИ

Распределение галактик

# Линейное приближение

$$\rho = \rho_0[1 + \delta(t)e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}}],$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{0} + \mathbf{w}(t)e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}},$$

$$\phi = \phi_0 + f(t)e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}},$$

$$S = S_0 + \sigma(t)e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}},$$

$$P = P_0 + \frac{\partial P}{\partial \rho}(\rho - \rho_0) + \frac{\partial P}{\partial S}(S - S_0) =$$

$$= P_0 + b^2\delta(t)e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} + h^2\sigma(t)e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}},$$

$$h^2 = \frac{\partial P}{\partial S}, \quad b^2 = \frac{\partial P}{\partial \rho}.$$

Введение

Теория  
ДжинсаИнфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущенийПередаточная  
функцияБарионные  
осцилляцииАнизотропия  
РИРаспреде-  
ление  
галактик

# Линейное приближение

$$\begin{cases} \frac{d\delta}{dt} + i\mathbf{k}\mathbf{w} = 0, \\ \frac{d\mathbf{w}}{dt} + i\mathbf{k}f + i\mathbf{k}b^2\delta + i\mathbf{k}h^2\rho_0^{-1}\sigma = 0, \\ k^2f = -4\pi G\rho_0\delta, \\ \frac{d\sigma}{dt} = 0. \end{cases}$$

Решение:

$$\begin{aligned} \delta &= \delta_0 e^{\omega t}, & \mathbf{w} &= \mathbf{w}_0 e^{\omega t}, \\ f &= f_0 e^{\omega t}, & \sigma &= \sigma_0 e^{\omega t}. \end{aligned}$$



# Адиабатические возмущения

$$\begin{cases} \omega \delta_0 = -ikw_0, \\ \omega \mathbf{w}_0 = -ikf_0 - ikb^2\delta_0 - ik\rho_0^{-1}h^2\sigma_0, \\ -k^2f_0 = 4\pi G\rho_0\delta_0, \\ \omega\sigma_0 = 0. \end{cases}$$

1. Рассмотрим случай  $\omega \neq 0$ :

$$\sigma_0 = 0, \quad \mathbf{w}_0 = w_0 \frac{\mathbf{k}}{k}.$$

$$\omega = \pm \sqrt{4\pi G\rho_0 - b^2k^2}.$$

Космология

Введение

Теория  
Джинса

Инфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущений

Передаточная  
функция

Барионные  
осцилляции

Анизотропия  
РИ

Распреде-  
ление  
галактик

# Адиабатические возмущения

$$\lambda_J = b \sqrt{\frac{\pi}{G\rho_0}}$$

Если  $\lambda < \lambda_J$  – звуковые волны.

Если  $\lambda > \lambda_J$  – грав. неустойчивость.

# Энтропийные возмущения

$$2. \omega = 0, \sigma_0 \neq 0.$$

$$\delta_0 = -\frac{h^2 \sigma}{\rho_0 b^2 - 4\pi G \rho_0^2 k^{-2}}.$$

# Вихревые возмущения

$$3. \omega = 0, \quad \sigma_0 = 0, \quad \mathbf{v}\mathbf{k} = 0$$

$$\delta_0 = 0, \quad f_0 = 0,$$

$$\text{rot}\mathbf{v} = i[\mathbf{w} \times \mathbf{k}].$$

# Учёт расширения

$$k = \frac{\kappa}{a(t)}, \quad \kappa = \text{const.}$$

$$\mathbf{v} = w(t) \frac{\mathbf{k}}{k} e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}}.$$

Уравнения:

$$\begin{cases} \frac{d\delta}{dt} = -ikw, \\ \frac{dw}{dt} + Hw = -i\frac{\delta}{k}(4\pi G\rho_0 - k^2 b^2), \\ f = \frac{4\pi G\rho_0\delta}{k^2}. \end{cases}$$

$$k(t), H(t), \rho_0(t), b(t)$$

Введение

Теория  
ДжинсаИнфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущенийПередачная  
функцияБарионные  
осцилляцииАнизотропия  
РИРаспреде-  
ление  
галактик

# Учёт расширения

$$\ddot{\delta} + 2H\dot{\delta} - (4\pi G\rho_0 - k^2 b^2)\delta = 0.$$

Решения зависят от  $a(t)$ . Например, для  $a = t^{2/3}$ :

$$\delta = \delta_1 t^{n(b_1, k_1)}, \quad \lambda_c = \frac{6}{5} 2\pi b t,$$

$$\left( \lambda_J = \sqrt{\frac{3}{2}} 2\pi b t \right).$$

Введение

Теория  
ДжинсаИнфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущенийПередающая  
функцияБарионные  
осцилляцииАнизотропия  
РИРаспреде-  
ние  
галактик

# Учёт расширения

Вихревые возмущения:

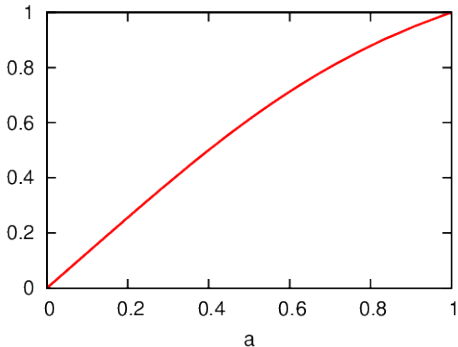
$$L = vr = \text{const}, \quad r \propto a, \quad v \propto 1/a.$$

быстро спадают, их можно не учитывать.

Энтропийные возмущения: растут слабее адиабатических.

# Фактор роста

$\delta(a) = \delta_1 D(a)$  для темной материи  
В  $\Lambda$ CDM  $D(a) \propto a$  при  $a < 0.5$ .



Введение

Теория  
ДжинсаИнфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущенийПередачная  
функцияБарионные  
осцилляцииАнизотропия  
РИРаспреде-  
ление  
галактик



# Модель переменных параметров

То же решение для случая  $\lambda \gg \lambda_c$  можно получить, если рассмотреть Ньютоновские сферические модели с

$$\Omega = \Omega_0(1 + \delta).$$

Введение

Теория  
ДжинсаИнфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущенийПередающая  
функцияБарионные  
осцилляцииАнизотропия  
РИРаспреде-  
ление  
галактик

Мы построили теорию роста  
возмущений, но откуда они взялись?  
Какую информацию несет их спектр?  
В ранней Вселенной они были больше  
горизонта...

Горизонт:

$$R_H = ct.$$

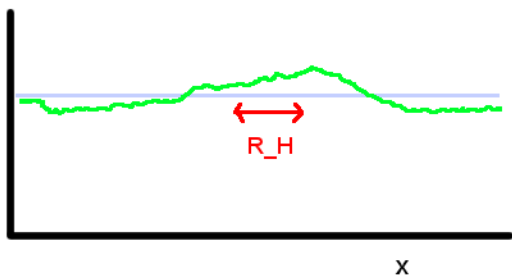
На горячей стадии  $a \propto t^{1/2}$  –  
медленнее,  $\Rightarrow$  вещество и возмущения  
«входят» под горизонт.

Введение

Теория  
ДжинсаИнфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущенийПередачная  
функцияБарионные  
осцилляцииАнизотропия  
РИРаспреде-  
ление  
галактик

# Возмущения вне горизонта

Возмущения с масштабом больше горизонта не растут со временем.



# Инфляция

Была стадия, на которой  $a$  растет быстрее, чем  $t$  (т.е.  $\ddot{a} > 0$ ). Многие модели дают  $a(t) \propto e^{Ht}$ .

Как долго должна продолжаться эта стадия? Размер горизонта сегодня на 60 e-фолдов больше размера Великого объединения (14 ГэВ),  $\Rightarrow$  не меньше 60 e-фолдов.

# Рождение возмущений

Возможный процесс – нулевые колебания.  $E = \frac{1}{2}\hbar\omega$ . Следствие: гауссовость.

Инфляция происходит равномерно,  $\Rightarrow$  спектр возмущений – масштабно-инвариантный  $P(k) \propto k^n$ .

# Спектр мощности

$$\rho(\mathbf{x}) \leftrightarrow A(\mathbf{k}) = \int \rho(\mathbf{x}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}} d^3x$$

$$P(\mathbf{k}) = \langle |A(\mathbf{k})|^2 \rangle$$

Изотропная Вселенная:  $P(k)$ .

Введение

Теория  
ДжинсаИнфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущенийПередаточная  
функцияБарионные  
осцилляцииАнизотропия  
РИРаспреде-  
ление  
галактик

# Спектр Гаррисона-Зельдовича

$$P(k) \propto k.$$

$k^2 f = -4\pi G \rho_0 \delta \Rightarrow$  спектр  
возмущений потенциала  $P_\phi = k^{-4} P$ .

Безразмерная характеристика:

$$\Delta^2(k) = \frac{1}{2\pi^2 k^3} P(k).$$

$\Delta_\phi^2(k) \propto k^{n-1} = \text{const}$  – не расходится.

Введение

Теория  
ДжинсаИнфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущенийПередаточная  
функцияБарионные  
осцилляцииАнизотропия  
РИРаспреде-  
ление  
галактик

# Передаточная функция

$$P(k) = P_i(k) T^2(k)$$

В  $T(k)$  зашиты все процессы между инфляцией и началом нелинейной стадии.

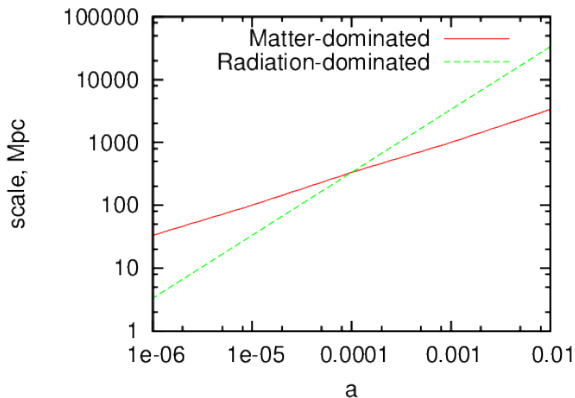
Введение

Теория  
ДжинсаИнфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущенийПередаточная  
функцияБарионные  
осцилляцииАнизотропия  
РИРаспреде-  
ление  
галактик



# Возмущения вне горизонта

$a_{eq} = 10^{-4}$  – меняется закон расширения  $\Rightarrow$   
 излом в спектре возмущений на  
 сопутствующем масштабе  $\sim 300$  Мпк.



Введение

Теория  
ДжинсаИнфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущенийПередаточная  
функцияБарионные  
осцилляцииАнизотропия  
РИРаспреде-  
ление  
галактик

# Диссипативные процессы

Томсоновское сечение:

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} r_e^2 = \frac{8\pi}{3} \frac{e^4}{m^2 c^4} \approx 0.665 \cdot 10^{-24} \text{ м}^2$$

Свободный пробег фотонов:

$$l_\gamma = (\sigma_T n_e)^{-1} = 2.5 \cdot 10^{29} a^3 \text{ см.}$$

Возмущения с  $\lambda < l_\gamma$  быстро затухают.

# Сахаровские осцилляции

$c_s = \frac{1}{\sqrt{3}}c$  – скорость звука.

$tc_s$  – звуковой горизонт.

Звуковые волны когерентны.

Фаза  $\phi = kc_s t$ .

В момент рекомбинации колебания

прекращаются. Волны с  $\phi = \pi n$

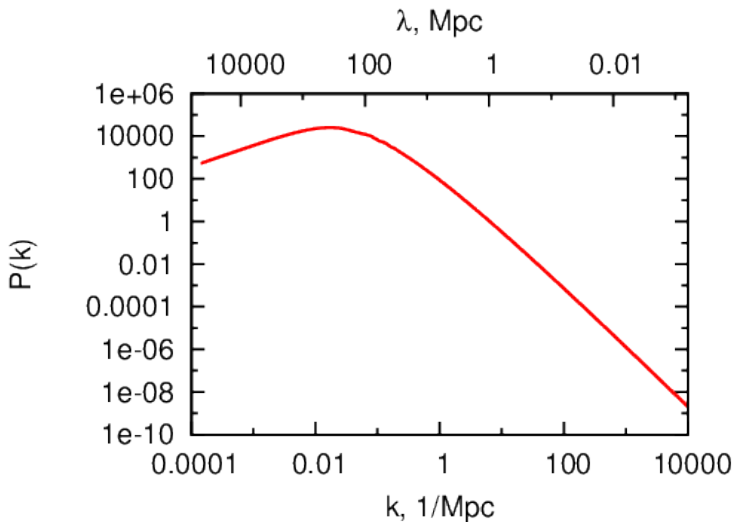
остаются в максимуме, с  $\phi = \pi n + \frac{\pi}{2}$  –

в минимуме.

Введение

Теория  
ДжинсаИнфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущенийПередаточная  
функцияБарионные  
осцилляцииАнизотропия  
РИРаспреде-  
ление  
галактик

# Теоретический спектр



Введение

Теория  
Джинса

Инфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущений

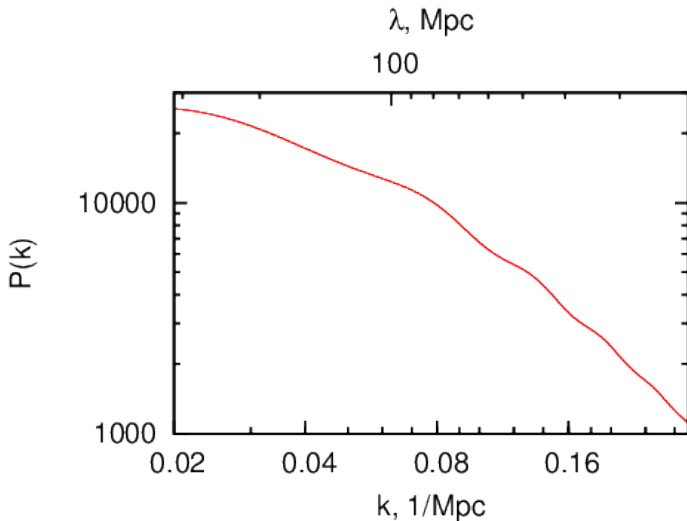
Передаточная  
функция

Барионные  
осцилляции

Анизотропия  
РИ

Распреде-  
ление  
галактик

# Теоретический спектр (БАО)



Космология

Введение

Теория  
Джинса

Инфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущений

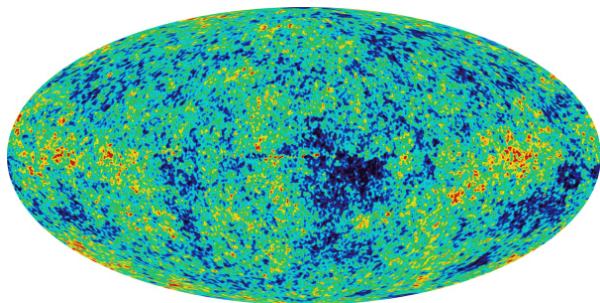
Передаточная  
функция

Барионные  
осцилляции

Анизотропия  
РИ

Распреде-  
ление  
галактик

# Анизотропия РИ



Карта малых флуктуаций температуры РИ после вычета многочисленных фонов.

Космология

Введение

Теория  
Джинса

Инфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущений

Передаточная  
функция

Барионные  
осцилляции

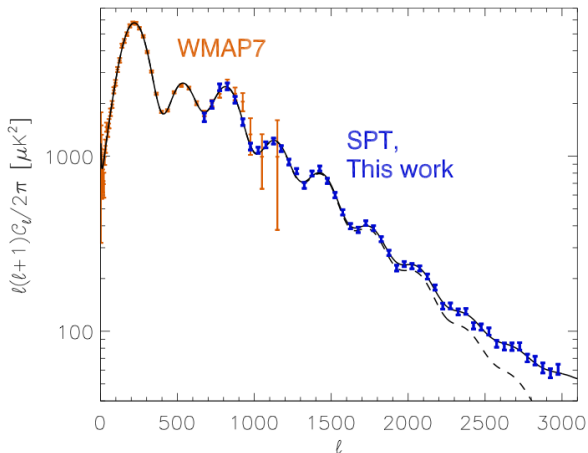
**Анизотропия  
РИ**

Распреде-  
ление  
галактик

# Свойства

- ▶ Возмущения гауссовы.
- ▶ Метод описания: спектр мощности.
- ▶ Амплитуда возмущений при  $a \sim 10^{-3}$ :  $\delta \sim 10^{-5}$ .

# Двумерный спектр





# Распределение галактик

Мы видим свет звезд, а не ТМ, но они скапливаются там, где много темной материи.



HST image

Космология

Введение

Теория  
Джинса

Инфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущений

Передаточная  
функция

Барионные  
осцилляции

Анизотропия  
РИ

Распреде-  
ние  
галактик

# Как измерить?

Мешающие эффекты:

- ▶ Наблюдаемая плотность галактик падает с расстоянием.
- ▶ Сложная геометрия обзора.
- ▶ Неравномерное покрытие неба.
- ▶ Одни типы галактик видны лучше, чем другие.

Введение

Теория  
ДжинсаИнфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущенийПередаточная  
функцияБарионные  
осцилляцииАнизотропия  
РИРаспреде-  
ление  
галактик

# Корреляционная функция

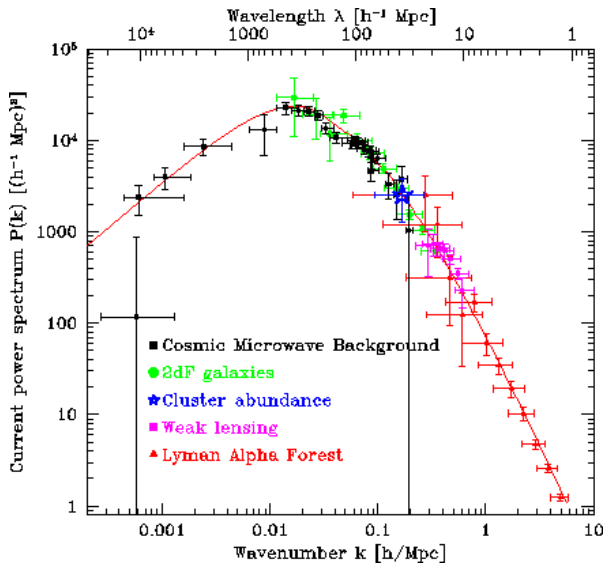
$$\xi(r) = \frac{DD}{RR} - 1.$$

$DD$  и  $RR$  – подсчеты числа пар в реальном и искусственном каталоге.

$$\xi(r) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty k^3 P(k) \frac{\sin kr}{kr} \frac{dk}{k},$$

$$P(k) = 4\pi \int_0^\infty \xi(r) \frac{\sin kr}{kr} r^2 dr.$$

# Результат



Введение

Теория  
Джинса

Инфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущений

Передаточная  
функция

Барионные  
осцилляции

Анизотропия  
РИ

Распреде-  
ление  
галактик

# Результат

Передаточная функция при заданных параметрах  $\Omega$ ,  $\Omega_m$  вычисляется однозначно и с высокой точностью. В результате:

Начальный спектр

$$P_i(k) \propto k.$$

Введение

Теория  
ДжинсаИнфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущенийПередаточная  
функцияБарионные  
осцилляцииАнизотропия  
РИРаспреде-  
ление  
галактик